

NOT: Sınava gelirken beraberinizde hesap makinesi getirmeyi unutmayınız. Sınav esnasında değiş-tokuş yapmaya müsaade edilmeyecektir.

1. Bir nehirde yılın en yüksek su seviyesi H ile gösterilen bir normal değişkendir. H nin ortalaması 6.0m ve standart sapması 1.0m olduğuna göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

- (a) Bu nehirde 20 yılda bir görülen su seviyesi kaç metredir?

Bu seviyenin 20 yılda bir görülmesi için yıllık olasılığının $\frac{1}{20} = 0.05$ olması lazımdır. Yani H nin bu seviyeyi geçme olasılığı 0.05, dolayısıyla bu seviyenin altında kalma olasılığı 0.95 olmalıdır. $P(H \leq h) = 0.95$.

H nin dağılımı normal olduğuna göre standart tablolardan bakarak aradığımız su seviyesinin 1.65σ değerine tekabül ettiğini görürüz. Öyleyse cevap: $6.0 + (1.65) \times 1.0 = 7.65m$

- (b) Bu seviyenin 20 sene zarfında en az bir defa görülmesi olasılığı kaçtır?

20 sene boyunca hiç görülmemeye olasılığı $(0.95)^{20} = 0.36$ olduğuna göre cevap: $1 - 0.36 = 0.64$

- (c) Yine bu seviyenin 5 sene zarfında en fazla bir defa görülmesi olasılığı kaçtır?

$$(0.95)^5 + \binom{5}{1} \times (0.95)^4 \times (0.05) = 0.773 + 0.203 = 0.98$$

- (d) Nehirdeki taşkınlara mani olmak maksadıyla bir set inşa edilecektir. Üç sene boyunca hiç taşkın yaşanmamasını 95% oranında garantilemek için set yüksekliği kaç olmalıdır?

Senelik taşkın olmama olasılığı p ise $p^3 = 0.95 \Rightarrow p = 0.983$. Bu ihtimal 2.12σ değerine tekabül eder. Cevap: $6.0 + (2.12) \times 1.0 = 8.12m$

2. Bir tren istasyonuna güney yönüne hareket etmek üzere dakikada ortalama 2 yolcu gelmektedir.

- (a) Güney seyahati 120 kişilik trenlerle sağlanacağına göre, kapasitenin aşılması hallerini 10% seviyesinde tutmak için sefer sıklığı kaç dakika olmalıdır? Poisson dağılımını yaklaşık olarak normal dağılım kabul ediniz.

T dakika boyunca gelen yolcu sayısının ortalaması $2T$, standart sapması $\sqrt{2T}$ dir. Aşılma halleri 0.10 olasılığına sahipse 120 sayısı 1.28σ değerine tekabül eder. Yani $2T + (1.28) \times \sqrt{2T} = 120 \Rightarrow T + 0.905\sqrt{T} = 60 \Rightarrow T \approx 53$

- (b) Bu programa göre ardışık 5 seferden tam olarak birinde tren kapasitesinin aşılması olasılığı kaçtır?

$$\binom{5}{1} \times (0.90)^4 \times (0.10) = 0.33$$

3. Bir beldede ortalama 25 senede bir hasar verici deprem görülmektedir. Bu beldedeki inşaatı henüz tamamlanmış bir kule hakkında mühendislerin verdikleri bilgilere göre, bir adet deprem görülmesi halinde 20% olasılıkla, iki adet deprem halinde 80% olasılıkla, üç veya daha fazla deprem halinde ise mutlaka kule yıkılacaktır.

Kulenin 25 sene ayakta kalma olasılığı kaçtır?

25 sene boyunca ortalama deprem sayısı 1 olduğundan x adet deprem olma ihtimali $e^{-1} \cdot \frac{1^x}{x!} = \frac{1}{e \cdot x!}$.

Kulenin ayakta kalması olasılığı: $\frac{1}{e \cdot 0!} + \frac{1}{e \cdot 1!} \times (0.80) + \frac{1}{e \cdot 2!} \times (0.20) \approx 70\%$

4. Bir inřaatta ortalama 6 ayda bir iř kazası meydana gelmektedir.

(a) 4 ay zarfında tam olarak bir kaza olma olasılığı kaçtır?

Ortalama $\frac{2}{3}$ kaza olduğundan cevap: $e^{-\frac{2}{3}} \times \frac{2}{3} = 0.34$

(b) 1 yılda meydana gelecek kaza sayısının ortalaması ve standart sapması kaçtır?

Ortalama 2, standart sapma $\sqrt{2}$.

(c) Bu inşaatta 1 yıl boyunca hiç kaza olmazsa proje sahibi firma iř emniyeti ödölü kazanacaktır. Firmanın bu ödölü kazanma olasılığı kaçtır?

Hiç kaza olmama ihtimali $\frac{1}{e^2} = 0.13$.

(d) Bu inşaat aynı tempoda en az 5 sene devam edeceğine göre bu 5 sene zarfında firmanın iř emniyeti ödölünü tam olarak iki defa kazanma olasılığı kaçtır?

$\binom{5}{2} \times (0.13)^2 \times (0.87)^3 = 0.11$